

TIPS RELATIVI ALLE REGRESSIONI MULTILINEARI

In via di correzione e costruzione

MATRICE INVERSA

Sia A una matrice quadrata che ha *determinante* diverso da zero. In tal caso è possibile ottenere la sua matrice inversa A^{-1} , procedendo come segue.

- 1 – Si calcola il Determinante di A ($|A|$) e se è zero ci si ferma.
- 2 – Si rimpiazza ciascun elemento a_{ij} di A col suo *cofattore* o *complemento algebrico*, ottenendo la matrice dei cofattori.
- 3 – Si *traspone* la matrice dei cofattori, scambiando le righe con le colonne.
- 4 – Si divide poi ciascun elemento della matrice per il *determinante* $|A|$ ottenendo la matrice inversa A^{-1} .

ESEMPIO N. 1

Invertiamo la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ che ha *determinante* $Det = |A| = -3$ (cioè $1 \times 7 - 2 \times 5$).

Si costruisce la matrice dei *complementi algebrici* dei singoli elementi. Così il cofattore del primo elemento (a_{11}) è, sopprimendo la prima riga e la prima colonna, 7; di a_{12} , sopprimendo la prima riga e la seconda colonna, è -5; di a_{21} , sopprimendo la seconda riga e la prima colonna, è -2; e di a_{22} , è 1.

Si ottiene così la matrice dei cofattori

$$\begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Si scambiano le righe con le colonne, ottenendo la matrice *trasposta*

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$$

Si divide poi ogni elemento della *matrice dei cofattori trasposta* per il determinante $|A| = -3$

ottenendo $\begin{pmatrix} 7/-3 & -2/-3 \\ -5/-3 & 1/-3 \end{pmatrix}$ che è l'inversa della matrice $|A|$.

$$\begin{pmatrix} -2.33 & 0.667 \\ 1.67 & -0.333 \end{pmatrix}$$

$$\text{Così } A^{-1} = \begin{pmatrix} 2.33 & 0.667 \\ 1.67 & -0.333 \end{pmatrix}$$

se moltiplico $|A^{-1}| \times |A|$ ottengo la matrice unitaria.

$$\begin{pmatrix} -2.33 & 0.667 \\ 1.67 & -0.333 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c11 & c12 \\ c21 & c22 \end{pmatrix}$$

Prodotto matriciale

$c11 = -2.33 \times 1 + 0.667 \times 5 = -1.005$ (significa moltiplicare ogni elemento della prima riga della prima matrice per i corrispondenti elementi della prima colonna della seconda e sommare poi i prodotti ottenuti).

$c12 = -2.33 \times 2 + 0.667 \times 7 = 0.009$ (significa moltiplicare ciascun elemento della prima riga per i corrispondenti della seconda colonna dell'altra matrice)

$$c21 = 1.67 \times 1 - 0.333 \times 5 = 0.005$$

$$c_{22}=1.67 \times 2 - 0.333 \times 7 = 1.009$$

ATTENZIONE! Il prodotto procede righe per colonne

CONTROLLO DELLA MATRICE INVERSA CON R

```
> options(digits=16)
> a=c(1,5,2,7)      dati della matrice iniziale
> A=matrix(a,2,2)    matrix legge per colonna
> I=solve(A)         solve calcola l'inversa di A
> I
      [,1]      [,2]
[1,] -2.33333333333333 0.666666666666667
[2,]  1.66666666666667 -0.333333333333334
> P=I%*%A            calcola il prodotto matriciale fra l'inversa I e l'A di partenza
> P
      [,1] [,2]
[1,] 1.00000000000000e+00  0
[2,] -2.22044604925031e-16  1
```