Lunghezza d’onda dell’elettrone e esperimento di Davisson e Germer

Torniamo al nuovo assetto che la Dinamica relativistica ha configurato per le onde elettromagnetiche con il loro carattere corpuscolare. Questa visione rivoluzionaria si è rivelata del tutto coerente con l’effetto Compton descritto nel mio precedente intervento; in particolare, per il fotone oltre all’energia è stata definita la quantità di moto (che ormai per uso invalso chiameremo impulso) il cui modulo vale $p = \frac{h}{\lambda}$.

Il francese L. De Broglie nel 1923 (a 22 anni…) formulò un’ipotesi a partire dalla sua formula inversa, cioè

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (1)$$

detta appunto **lunghezza d’onda di De Broglie**. De Broglie provò ad attribuire un significato alla (1) per una particella di massa $m > 0$, per fissare le idee un elettrone di massa m_e ; supponiamo per semplicità di trattare il caso non relativistico, vedremo che nelle nostre applicazioni ci troveremo proprio in questo caso. Pensando ancora per semplicità ad un moto rettilineo, dalla (1) si avrebbe:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} \qquad (1\text{ bis})$$

(continuo a usare il simbolo per la massa dell’elettrone ma ovviamente la formula si può usare per qualsiasi particella di massa $m > 0$).

La (1 bis) definisce (qualunque cosa ciò voglia dire…) una **lunghezza d’onda per una particella massiva** in moto con velocità di modulo v . Come “esercizio di stile” è una cosa ineccepibile, ma, ripetiamo, occorre essere capaci di interpretare in qualche modo la cosa. Dovremmo soprattutto mettere alla prova la (1 bis) con qualche esperienza di fisica delle particelle in moto. Per prima cosa, sempre riferendosi ad elettroni, che sono le particelle più abbondanti e semplici da maneggiare in natura, pensiamo al solito al loro moto in un tubo catodico, sotto vuoto, con l’applicazione di un campo elettrico e con partenza da fermo (il partire da fermo costituisce una buona approssimazione per elettroni emessi da un filamento riscaldato). Sempre in approssimazione non relativistica si ha per l’energia acquistata dagli elettroni sotto l’azione del campo elettrico la ben nota formula:

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 \qquad (2)$$

Ricavando v dalla (1 bis) , sostituendo nella (2) e passando alle radici quadrate si ottiene:

$$\lambda\sqrt{E} = \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2}} \qquad (3)$$

Espressa la costante a secondo membro (costruita anch’essa con costanti fondamentali) nelle unità naturali della fisica atomica si trova

$$\lambda \cdot \sqrt{E} = 12.4\ (\sqrt{eV} \cdot \dot{A}) \qquad (3\text{ bis})$$

(notiamo che per avere una λ dell'ordine di $1\ \dot{A}$ è sufficiente accelerare un elettrone con una ddp dell'ordine di $100\ V$)

Teniamo per un attimo ferme le (3) e immaginiamo qualche caso fisico concreto in cui si evidenzi una natura ondulatoria degli elettroni. Dai primi anni del 900 si sapeva che i raggi X , con λ dell'ordine delle dimensioni atomiche, manifestano un comportamento ondulatorio (**riflessione di Bragg**). Gli americani Davisson e Germer a partire dal 1925 condussero ricerche di diffusione di elettroni da solidi: nel 1927, utilizzando polveri di Nichel, in seguito a un guasto dell'apparato, nel ripristinarlo   vi rimase Nichel allo stato cristallino; riuscirono allora a vedere qualcosa di completamente inaspettato (colpo di fortuna…!). Vale la pena descrivere l'apparato sperimentale che usarono (vedi fig. 1).

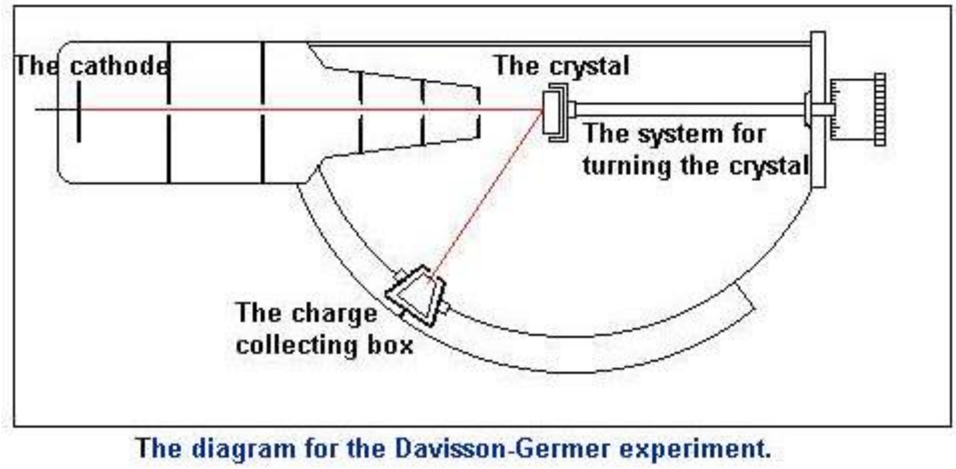

Fig. 1

Elettroni accelerati da una tensione variabile erano mandati sul cristallo con incidenza normale e il rivelatore delle cariche eventualmente diffuse poteva essere ruotato, appunto per trovare possibili direzioni preferenziali di elettroni dopo l'urto.

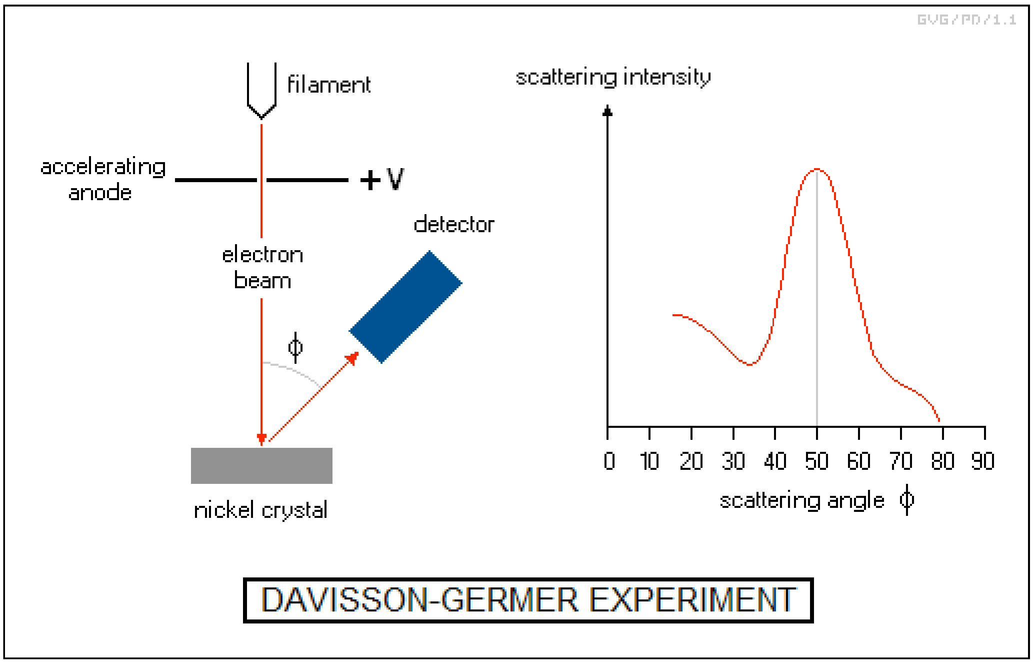

Fig. 2

Già che siamo alla follia di descrivere il comportamento di particelle come se fossero onde, proviamo ad usare la teoria ondulatoria di Bragg per descrivere ciò che si osservava.

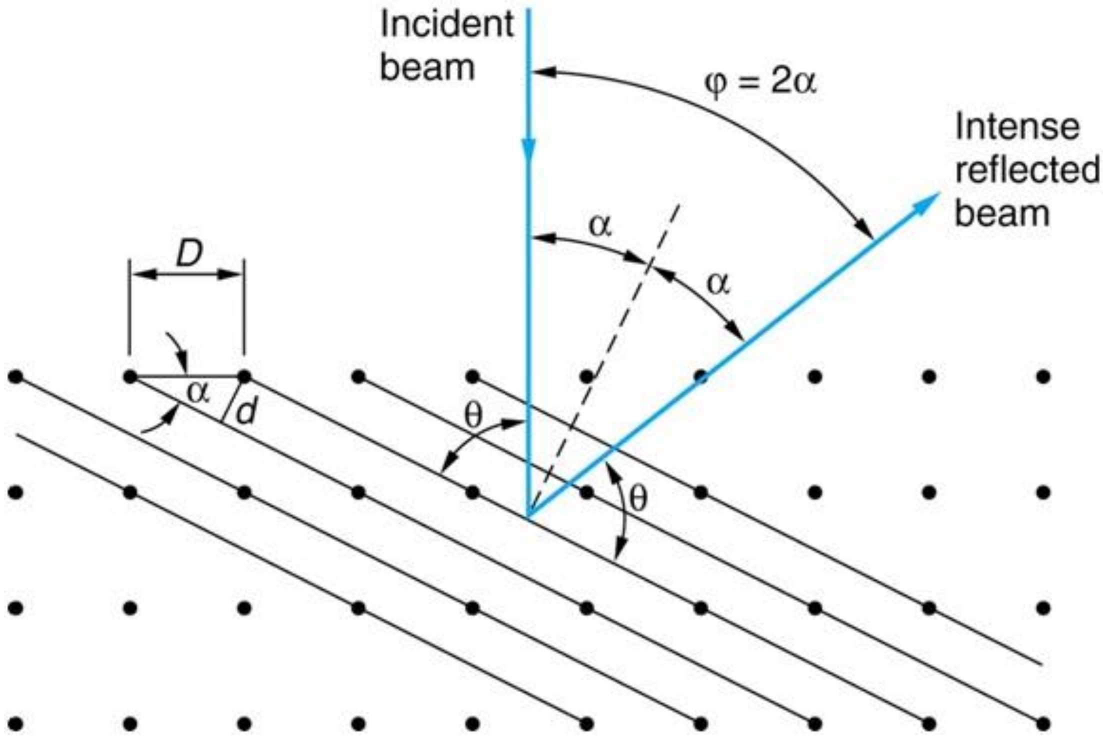

Fig. 3

Si considera qui per semplicità un reticolo cubico semplice: con incidenza normale (vedi figura 3 qui sopra) con gli opportuni calcoli si trova la condizione per avere un massimo di intensità. Chiamando D il passo reticolare, che è quello calcolato in cristallografia, si ottiene la condizione di massimo, con $\varphi = 2\alpha$ angolo di deflessione:

$$Dsen\varphi = m\lambda \qquad (4)$$

Davisson e Germer conoscevano il passo reticolare del Nichel che vale $D = 2.15\ \dot{A}$; con il loro apparato di fig. 1 rivelarono molto nettamente un fascio riflesso ad angolo $\varphi = 50°$ quando applicavano la tensione di $54\ V$ (vedi fig. 2) . Dalla (3 bis) per $E = 54\ eV$ λ vale $1.67\ \dot{A}$. Con i dati sopra riportati per D e φ , la (5.6) è per $n = 1$ (massimo del primo ordine) in buon accordo con i dati sperimentali!

Si può interpretare la (4) come la condizione che fornisce le zone in cui è massima la probabilità di trovare gli elettroni del fascio incidente dopo la deflessione da parte del cristallo. Un'interpretazione "probabilistica" delle proprietà di questa onda "associata all'elettrone" è come vedremo l'idea vincente nella costruzione di una Meccanica che descriva in modo soddisfacente la fisica dei sistemi microscopici. I principi di questa meccanica completamente nuova (**meccanica quantistica**) vennero scoperti proprio nel 1927 dal tedesco W. Heisenberg e dall'austriaco E. Schrodinger e completamente formalizzati (nonché estesi al caso relativistico..!) dall'inglese P. A. M. Dirac. Proverò a dire qualcosa della nuova teoria nel mio prossimo e ultimo contributo sulla fisica quantistica.

Giorgio Cellai, professore ordinario di matematica e fisica nei licei.